Profesor:
Jonathan Cumpa Velásquez

PITAGORAS ACADEMIA

TRIGONOMETRÍA

GRUPO PITÁGORAS

ECUACIONES E INECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS

ECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS

1.ECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS:

Son igualdades en las que intervienen funciones trigonométricas y se cumplen para algunos valores de la variable, a dichos valores se les llama soluciones de la ecuación y para el caso de las ecuaciones trigonométricas son infinitos.

➢ Ejemplos de ecuaciones trigonométricas:

- $3\text{Senx} - 1 = 0$
- $\text{Cos}^2(3x) = 1$
- $\text{Tan}\left(5x - \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{3}$
- $\text{Sen}^2x - \text{Senx} - 1 = 0$
- $\text{Sen}5x = \text{Cos}\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$

Para resolver una ecuación trigonométrica no hay métodos específicos, por tal motivo su estudio lo dividiremos en dos partes, **ecuaciones elementales** y **ecuaciones no elementales**, en cada una de ellas se mostraran formas de como hallar las soluciones de la ecuación a resolver.

1.1.ECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS ELEMENTALES:

Son aquellas ecuaciones trigonométricas que se pueden expresar de la forma:

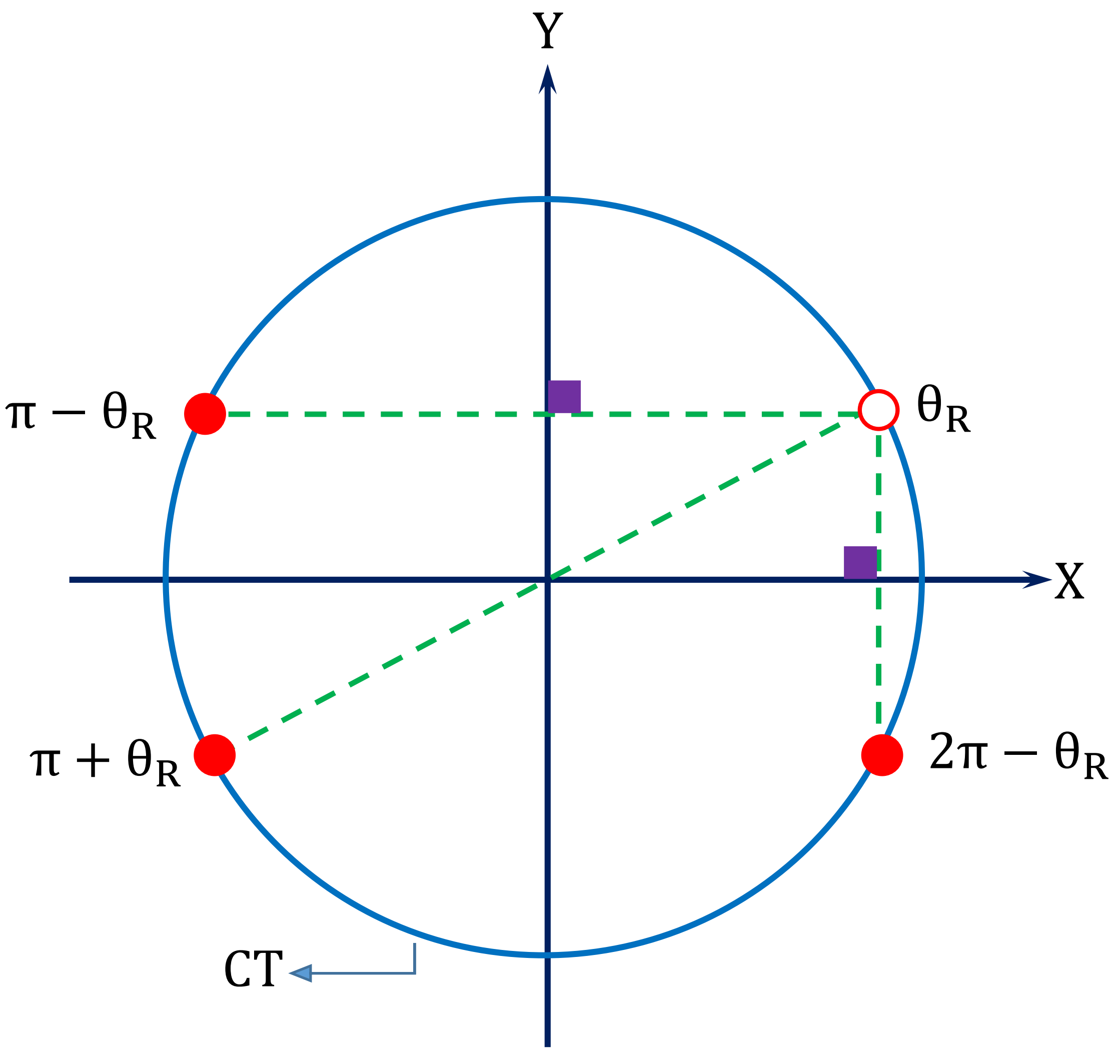
$$\mathrm{F.T.}\,(\mathrm{Ax}+\mathrm{B}) = \text{número}$$

- A y B $\in \mathbb{R}$
- x es la incógnita

➢ Por ejemplo:

- $\mathrm{Senx} = \dfrac{1}{2}$
- $\mathrm{Cos4x} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$
- $\mathrm{Tan}\left(3x - \dfrac{\pi}{4}\right) = \sqrt{3}$

1.1.1. MÉTODO DE LA CIRCUNFERENCIA TRIGONOMÉTRICA:



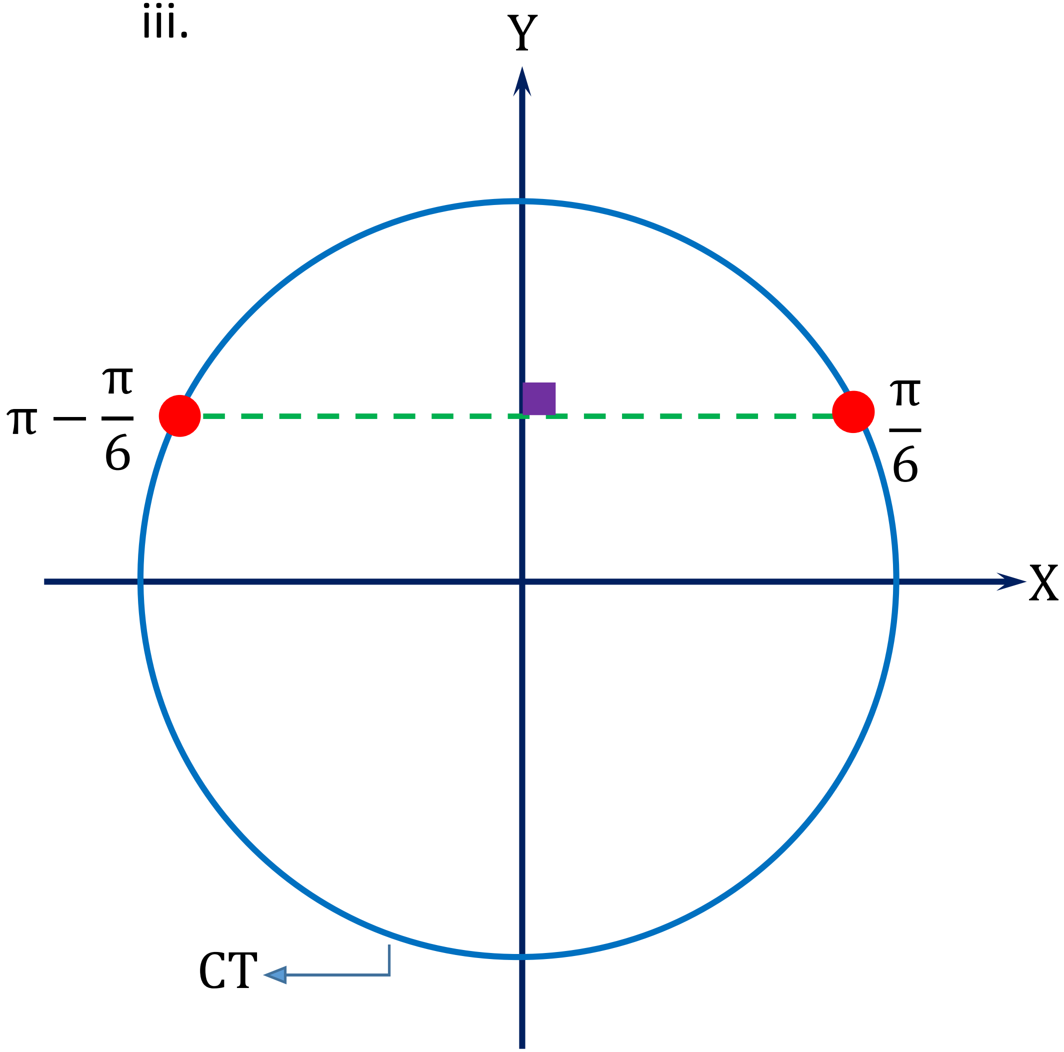
❖ EJEMPLOS:

- $\mathrm{Senx} = \frac{1}{2}$

i. $\theta_R = \frac{\pi}{6}$

ii. IC y IIC

iii.



iv. $x = \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}; \frac{13\pi}{6}; \frac{17\pi}{6}; \ldots$

$+2\pi$ $+2\pi$

ECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS

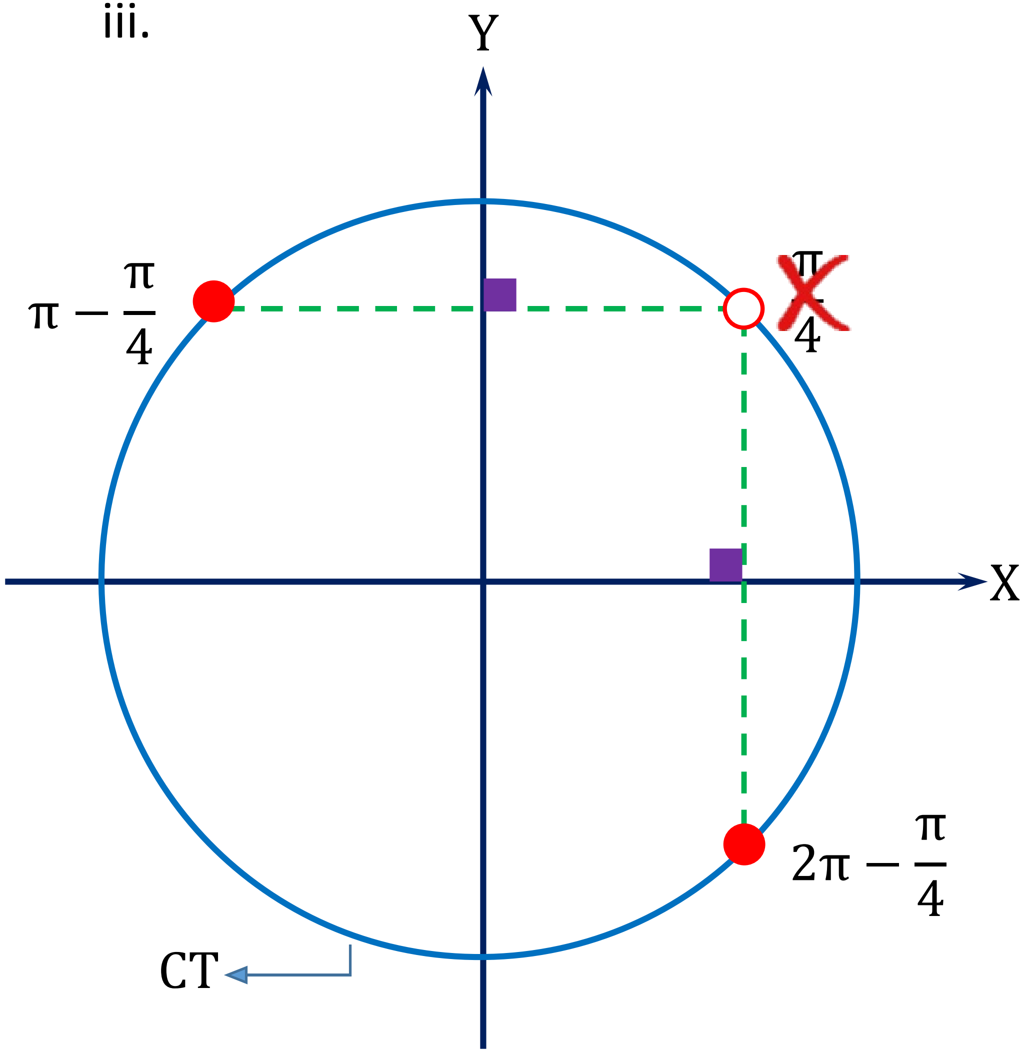
❖ EJEMPLOS:

- $\text{Tan}x = -1$

i. $\theta_R = \dfrac{\pi}{4}$

ii. IIC y IVC

iii.



iv. $x = \dfrac{3\pi}{4}; \dfrac{7\pi}{4}; \dfrac{11\pi}{4}; \dfrac{15\pi}{4}; \ldots$

$+2\pi$ $+2\pi$

1.1.2.CONJUNTO SOLUCIÓN:

Se denomina de esta manera al conjunto de todas las soluciones de la ecuación trigonométrica.

I. Considerando que la ecuación solo tiene a (x) como variable. $\mathbf{k} \in \mathbb{Z}$

- Para el Seno y Cosecante: $\mathrm{Senx} = \mathrm{N} \vee \mathrm{Cscx} = \mathrm{N}$

$$\boxed{\mathbf{x = k\pi + (-1)^k . V_p \ ; \ k \in \mathbb{Z}}} \qquad \mathrm{V_p = arcSen(N)} \quad \vee \quad \mathrm{V_p = arcCsc(N)}$$

- Para el Coseno y Secante: $\mathrm{Cosx} = \mathrm{N} \vee \mathrm{Seccx} = \mathrm{N}$

$$\boxed{\mathbf{x = 2k\pi \pm V_p \ ; k \in \mathbb{Z}}} \qquad \mathrm{V_p = arcCos(N)} \quad \vee \quad \mathrm{V_p = arcSec(N)}$$

- Para la Tangente y Cotangente: $\mathrm{Tanx} = \mathrm{N} \vee \mathrm{Cotx} = \mathrm{N}$

$$\boxed{\mathbf{x = k\pi + V_p \ ; \ k \in \mathbb{Z}}} \qquad \mathrm{V_p = arcTan(N)} \quad \vee \quad \mathrm{V_p = arcCot(N)}$$

✓ Donde: $\mathrm{V_p}$ = Valor principal

❖ EJEMPLOS:

Determinar el conjunto solución en cada caso:

- $\text{Senx} = \dfrac{1}{2}$

$$V_p = \text{arcSen}\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\mathbf{V_p = \frac{\pi}{6}}$$

Entonces:

$$\mathbf{C.S. = \left\{k\pi + (-1)^k \frac{\pi}{6}\right\}}$$

- $\text{Tanx} = -1$

$$V_p = \text{arcTan}(-1)$$

$$V_p = -\text{arcTan}1$$

$$\mathbf{V_p = -\frac{\pi}{4}}$$

Entonces:

$$\mathbf{C.S. = \left\{k\pi + \left(-\frac{\pi}{4}\right)\right\}}$$

1.1.2.CONJUNTO SOLUCIÓN:

II. Considerando que la ecuación tiene como variable la expresión $(Ax + B)$. En este caso se sugiere resolver como en el caso anterior considerando a $(Ax + B)$ como si fuera una sola expresión y luego x , por ejemplo:

- $\text{Tan}\left(3x - \frac{\pi}{3}\right) = 1$

$$V_p = \text{arcTan}(1)$$

$$\mathbf{V_p = \frac{\pi}{4}}$$

$$3x - \frac{\pi}{3} = n\pi + \frac{\pi}{4}$$

$$3x = n\pi + \frac{7\pi}{12}$$

$$\mathbf{C.S. = \left\{\frac{n\pi}{3} + \frac{7\pi}{36} ; n \in \mathbb{Z}\right\}}$$

- $\text{Cos}\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}$

$$V_p = \text{arcCos}\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\mathbf{V_p = \frac{\pi}{3}}$$

$$2x - \frac{\pi}{4} = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$

$$2x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}$$

$$x = k\pi \pm \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{8}$$

$$\mathbf{C.S. = \left\{k\pi \pm \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{8} ; k \in \mathbb{Z}\right\}}$$

1.2.ECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS NO ELEMENTALES:

Determinamos así a las ecuaciones trigonométricas cuya resolución requiere la aplicación de técnicas algebraicas (tales como factorización, diferencia de cuadrados, …) y/o identidades trigonométricas(básicas, ángulo doble, transformación a producto, …).
Generalmente para resolver este tipo de ecuaciones se trata de expresar esta como un producto, igual a cero; para luego cada factor igualarlo a cero y expresar el conjunto solución como la unión de todos los conjuntos que se obtengan de cada factor.

- Ejemplo:

Resolver: $2\mathrm{Cos}^2x - \mathrm{Cos}x - 1 = 0$

$$\begin{array}{ccc} 2\mathrm{Cos}x & \times & 1 \\ \mathrm{Cos}x & & -1 \end{array}$$

$$(2\mathrm{Cos}x + 1)(\mathrm{Cos}x - 1) = 0$$

$$2\mathrm{Cos}x + 1 = 0$$

$$\mathrm{Cos}x = -\frac{1}{2} \rightarrow V_p = \frac{2\pi}{3}$$

$$\longrightarrow \mathrm{CS}_1 = \left\{2n\pi \pm \frac{2\pi}{3}; n \in \mathbb{Z}\right\}$$

$$\mathrm{Cos}x - 1 = 0$$

$$\mathrm{Cos}x = 1$$

$$\longrightarrow \mathrm{CS}_2 = \{2k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$$

Finalmente el conjunto de solución es:

$$\mathrm{CS} = \mathrm{CS}_1 \cup \mathrm{CS}_2$$

$$\mathrm{CS} = \left\{2n\pi \pm \frac{2\pi}{3}; n \in \mathbb{Z}\right\} \cup \{2k\pi; k \in \mathbb{Z}\}$$

❖ EJEMPLOS:

Resolver la ecuación dando como respuesta la suma de soluciones en $[0;\pi]$

$$\text{Cotx} - \text{Tanx} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

Resolución:

$$\text{Cotx} - \text{Tanx} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$\cancel{2}\text{Cot2x} = \frac{\cancel{2}}{\sqrt{3}}$$

$$\text{Cot2x} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$V_p = \frac{\pi}{3}$$

$$2x = n\pi + \frac{\pi}{3}$$

$$x = \frac{n\pi}{2} + \frac{\pi}{6}$$

- Valores a n:

$$n = 0 \qquad x_1 = \frac{\pi}{6}$$

$$n = 1 \qquad x_2 = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$$

$$n = 2 \qquad x_3 = \pi + \frac{\pi}{6} = \frac{7\pi}{6} \quad \times$$

Suma de soluciones:

$$\frac{\pi}{6} + \frac{2\pi}{3} = \mathbf{\frac{5\pi}{6}}$$

EJEMPLOS:

Determinar la solución general de la ecuación:

$$(\mathrm{Senx} - \mathrm{Cosx})^2 = \mathrm{Sen2x}$$

Resolución:

$$(\mathrm{Senx} - \mathrm{Cosx})^2 = \mathrm{Sen2x}$$

$$1 - \mathrm{Sen2x} = \mathrm{Sen2x}$$

$$2\mathrm{Sen2x} = 1$$

$$\mathrm{Sen2x} = \frac{1}{2} \quad \rightarrow V_p = \frac{\pi}{6}$$

$$2x = k\pi + (-1)^k V_p, k \in \mathbb{Z}$$

$$2x = k\pi + (-1)^k \frac{\pi}{6}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\therefore \mathbf{x} = \frac{\mathbf{k\pi}}{\mathbf{2}} + (-\mathbf{1})^{\mathbf{k}} \frac{\boldsymbol{\pi}}{\mathbf{12}}, \mathbf{k} \in \mathbb{Z}$$

1.3. CASOS ESPECIALES:

Ecuación	Conjunto solución ($n \in \mathbb{Z}$)
$\operatorname{Sen}x = 0$	$n\pi$
$\operatorname{Sen}x = 1$	$(4n+1)\frac{\pi}{2}$
$\operatorname{Sen}x = -1$	$(4n+3)\frac{\pi}{2}$
$\operatorname{Tan}x = 0$	$n\pi$
$\operatorname{Cos}x = 0$	$(2n+1)\frac{\pi}{2}$
$\operatorname{Cos}x = 1$	$2n\pi$
$\operatorname{Cos}x = -1$	$(2n+1)\pi$
$\operatorname{Cot}x = 0$	$(2n+1)\frac{\pi}{2}$

MOMENTO DE PRACTICAR

PROBLEMAS Y RESOLUCIÓN

ECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS

1. La suma de raíces de la ecuación: 1+Senx+Cosx+Sen2x+Cos2x=0. En]0;2π[es:

Resolución:

$$\text{Senx}+\text{Cosx}+\underbrace{(1+\text{Sen2x})}+\underbrace{\text{Cos2x}}=0$$

$$\text{Senx}+\text{Cosx}+(\text{Senx}+\text{Cosx})^2+\underbrace{\text{Cos}^2\text{x}-\text{Sen}^2\text{x}}=0$$

$$\text{Senx}+\text{Cosx}+(\text{Senx}+\text{Cosx})^2+(\text{Cosx}+\text{Senx})(\text{Cosx}-\text{Senx})=0$$

$$(\text{Senx}+\text{Cosx})[1+(\cancel{\text{Senx}}+\text{Cosx})+(\text{Cosx}-\cancel{\text{Senx}})]=0$$

$$(\text{Senx}+\text{Cosx})[1+(\text{Senx}+\text{Cosx})+(\text{Cosx}-\text{Senx})]=0$$

$$(\text{Senx}+\text{Cosx})[1+2\text{Cosx}]=0$$

$$\text{Senx}+\text{Cosx}=0 \quad \vee \quad 1+2\text{Cosx}=0$$

$$\text{Senx}=-\text{Cosx} \quad \vee \quad 2\text{Cosx}=-1$$

$$\underbrace{\text{Tanx}=-1} \quad \vee \quad \underbrace{\text{Cosx}=-\frac{1}{2}}$$

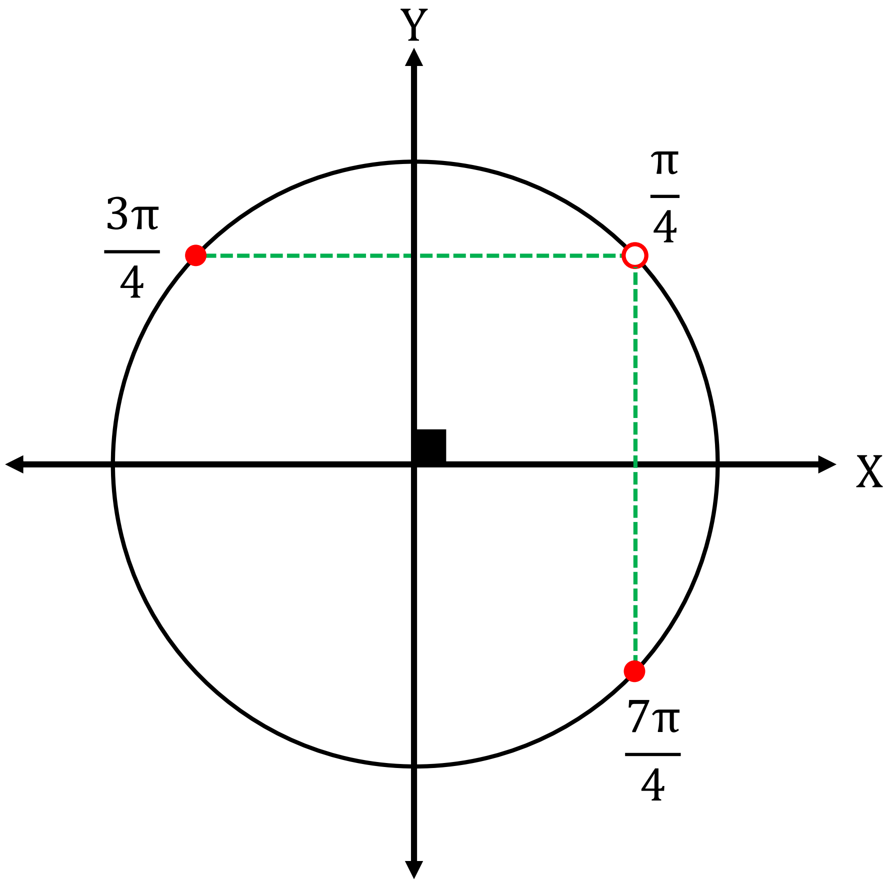
$$x=\frac{3\pi}{4};\frac{7\pi}{4} \quad \vee \quad x=\frac{2\pi}{3};\frac{4\pi}{3}$$

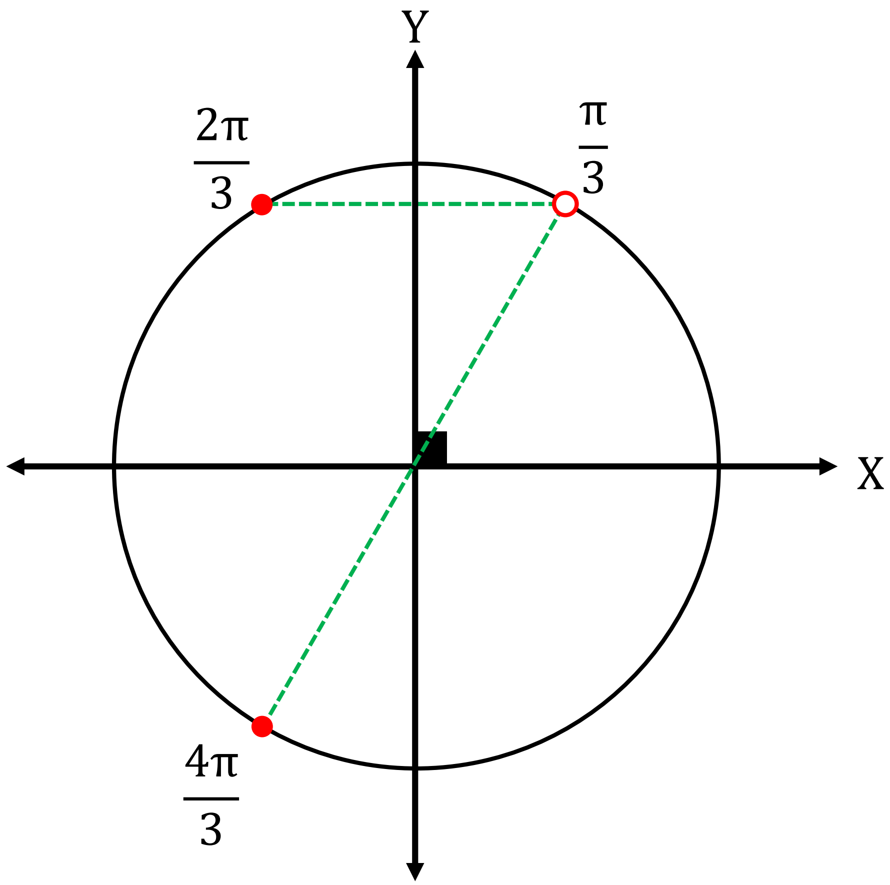
$$x=\frac{2\pi}{3};\frac{3\pi}{4};\frac{4\pi}{3};\frac{7\pi}{4}$$

$$\therefore \sum_x=\frac{9\pi}{2}$$

CLAVE: A

ECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS





ECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS

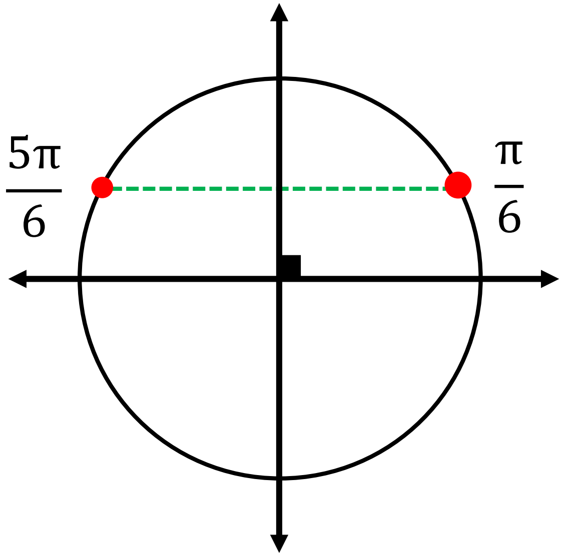
2. Obtenga el número de soluciones de la ecuación: Sen4x−Cos3x = Sen2x. Siendo: $x \in [0;\pi]$

Resolución: $\underbrace{\text{Sen}4x - \text{Sen}2x} = \text{Cos}3x$

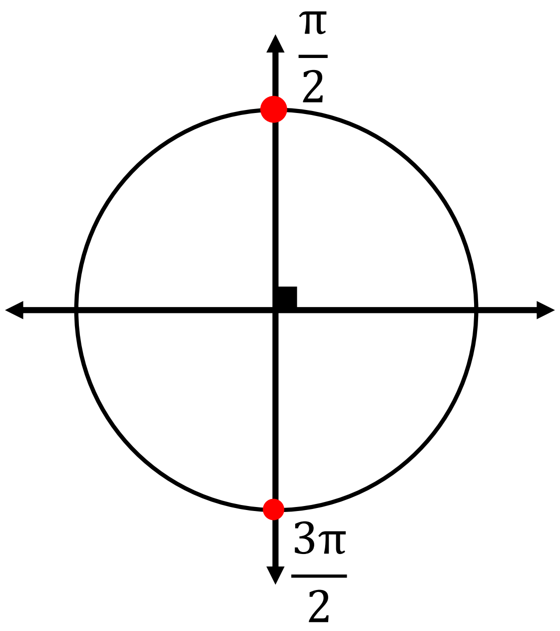
$2\text{Sen}x\cancel{\text{Cos}3x} = \cancel{\text{Cos}3x} \longrightarrow \text{Cos}3x = 0$

$2\text{Sen}x = 1$

$\text{Sen}x = \frac{1}{2}$



$x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6}$



$3x = \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}; \frac{5\pi}{2}; \frac{7\pi}{2}$

$x = \frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{6}; \frac{7\pi}{6}$

$x = \underbrace{\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{2}; \frac{5\pi}{6}}$

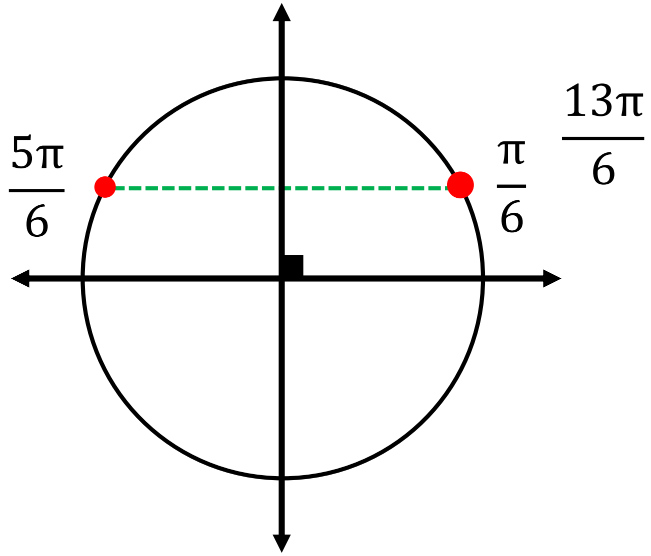
∴ 3 soluciones

CLAVE: E

3. Resuelva: $\dfrac{\text{Sen}^3x + \text{Cos}^3x}{\text{Senx} + \text{Cosx}} = \dfrac{3}{4}$ Si $x \in \,]0;\pi[$ indique la suma de soluciones

Resolución:

$$\frac{\cancel{(\text{Senx} + \text{Cosx})}(\text{Sen}^2x - \text{SenxCosx} + \text{Cos}^2x)}{\cancel{(\text{Senx} + \text{Cosx})}} = \frac{3}{4}$$



$$1 - \text{SenxCosx} = \frac{3}{4}$$

$$\text{SenxCosx} = \frac{1}{4}$$

$$\text{Sen}2x = \frac{1}{2}$$

$$2x = \frac{\pi}{6};\frac{5\pi}{6};\frac{13\pi}{6}$$

$$x = \frac{\pi}{12};\frac{5\pi}{12};\cancel{\frac{13\pi}{12}}$$

$$\therefore \sum_x = \frac{\pi}{2}$$

CLAVE: C

4. Resuelva: 3SenxCotx−2Cosx=1 ; n ∈ ℤ

Resolución:

$$3\cancel{\mathrm{Senx}} \times \frac{\mathrm{Cosx}}{\cancel{\mathrm{Senx}}} - 2\mathrm{Cosx} = 1 \longrightarrow \mathrm{Senx} \neq 0$$

$$x \neq n\pi$$

$$3\mathrm{Cosx} - 2\mathrm{Cosx} = 1$$

$$\mathrm{Cosx} = 1$$

$$x = 2k\pi$$

$$\therefore \mathbf{x} = \emptyset$$

CLAVE: E

5. Hallar la solución general de: $\text{Cos}6x = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$; $n \in \mathbb{Z}$

Resolución:

$$\text{Cos}6x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$V_P = \text{arcCos}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$V_P = \frac{\pi}{6}$$

$$Bx = 2n\pi \pm V_P$$

$$6x = 2n\pi \pm \frac{\pi}{6}$$

$$\therefore \mathbf{x = \frac{n\pi}{3} \pm \frac{\pi}{36}}$$

CLAVE: C

6. Hallar la solución general de: $\text{Cot}\left(2x+\frac{\pi}{5}\right)=-1\,;\,n\in\mathbb{Z}$

Resolución:

$$\text{Cot}\left(2x+\frac{\pi}{5}\right)=-1 \longrightarrow Bx=n\pi+V_P$$

$$V_P=\text{arcCot}(-1)$$

$$V_P=\pi-\text{arcCot}(1)$$

$$V_P=\pi-\frac{\pi}{4}$$

$$V_P=\frac{3\pi}{4}$$

$$2x+\frac{\pi}{5}=n\pi+\frac{3\pi}{4}$$

$$2x=n\pi+\frac{3\pi}{4}-\frac{\pi}{5}$$

$$2x=n\pi+\frac{11\pi}{20}$$

$$\therefore\ \mathbf{x=\frac{n\pi}{2}+\frac{11\pi}{40}}$$

CLAVE: C

7. Resuelva: Senx+Sen3x+Sen5x=0;(k ∈ ℤ). Y dar el conjunto solución.

Resolución:

$$\underbrace{\text{Sen}5x + \text{Sen}x} + \text{Sen}3x = 0$$

$$2\text{Sen}3x\text{Cos}2x + \text{Sen}3x = 0$$

$$\text{Sen}3x(2\text{Cos}2x + 1) = 0$$

$$\text{Sen}3x = 0 \qquad \vee \qquad \text{Cos}2x = -\frac{1}{2} \longrightarrow \quad Bx = 2n\pi \pm V_P$$

$$3x = k\pi$$

$$\therefore \mathbf{x = \frac{k\pi}{3}}$$

$$V_P = \text{arcCos}\left(-\frac{1}{2}\right)$$

$$V_P = \pi - \text{arcCos}\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$V_P = \pi - \frac{\pi}{3}$$

$$V_P = \frac{2\pi}{3}$$

$$2x = 2n\pi \pm \frac{2\pi}{3}$$

$$\therefore \mathbf{x = n\pi \pm \frac{\pi}{3}}$$

CLAVE: C

8. Hallar la raíz de la siguiente ecuación que este en el intervalo de [π/2 ; π]

$$\mathrm{Cos}^4x + \mathrm{SenxSec}70° + 2\mathrm{Sen}^2x = \mathrm{Sen}^4x + 2$$

Resolución:

$$\underbrace{\mathrm{Cos}^4x - \mathrm{Sen}^4x} + \underbrace{2\mathrm{Sen}^2x} + \mathrm{Senx.Sec}70° = 2$$

$$\cancel{\mathrm{Cos}2x} + 1 - \cancel{\mathrm{Cos}2x} + \mathrm{SenxSec}70° = 2$$

$$\mathrm{Senx} \times \frac{1}{\mathrm{Cos}70°} = 1$$

$$\mathrm{Senx} = \mathrm{Cos}70°$$

$$\mathrm{Senx} = \underbrace{\mathrm{Sen}\frac{\pi}{9}}_{+\pi}$$

$$\therefore \mathbf{x = \frac{8\pi}{9}}$$

CLAVE: D

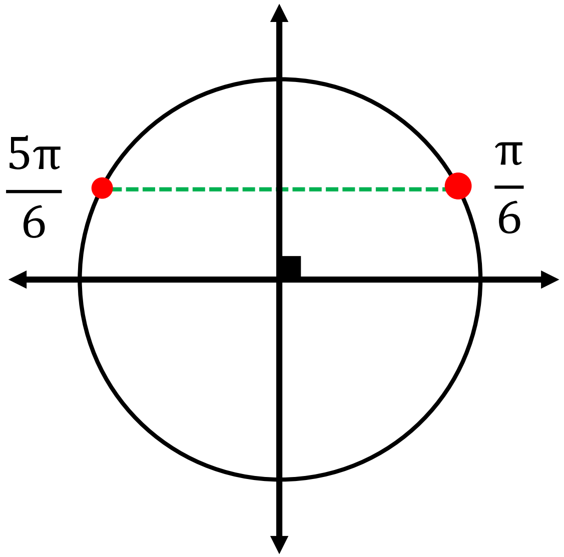
9. El menor ángulo positivo que satisface la ecuación: $\text{Sen}8x + \text{Sen}4x + 2\text{Sen}^2x = 1$ Es.

Resolución:

$$\underbrace{\text{Sen}8x + \text{Sen}4x}_{} = \underbrace{1 - 2\text{Sen}^2x}_{} \longrightarrow \text{Cos}2x = 0$$

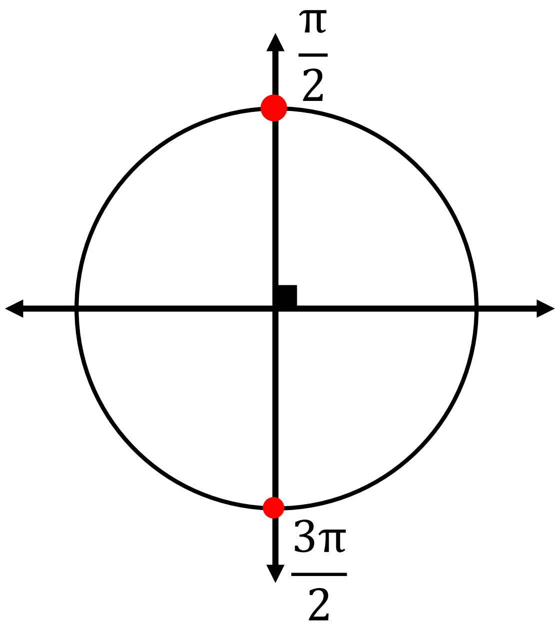
$$2\text{Sen}6x\cancel{\text{Cos}2x} = \cancel{\text{Cos}2x}$$

$$\text{Sen}6x = \frac{1}{2}$$



$$6x = \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}$$

$$x = \frac{\pi}{36}; \frac{5\pi}{36}$$



$$2x = \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}$$

$$\therefore \mathbf{x_{mín} = \frac{\pi}{36}}$$

CLAVE: B

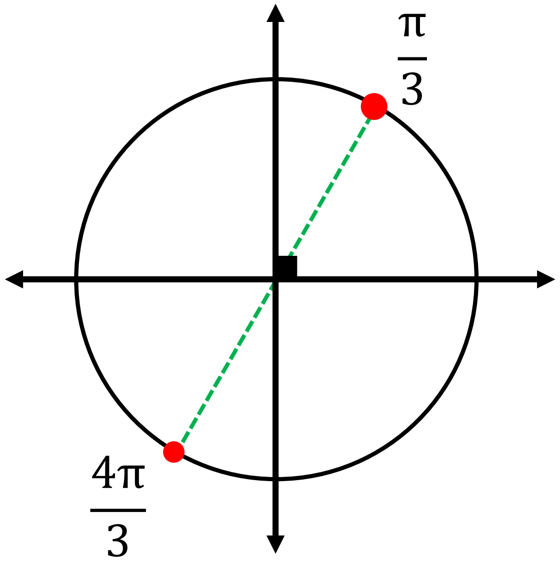
10. La menor solución positiva de la ecuación: $\mathrm{Sen}5x + \mathrm{Sen}13x = \sqrt{3}(\mathrm{Cos}5x + \mathrm{Cos}13x)$ Es.

Resolución:

$$\underbrace{\mathrm{Sen}13x + \mathrm{Sen}5x} = \sqrt{3}\underbrace{(\mathrm{Cos}13x + \mathrm{Cos}5x)}$$

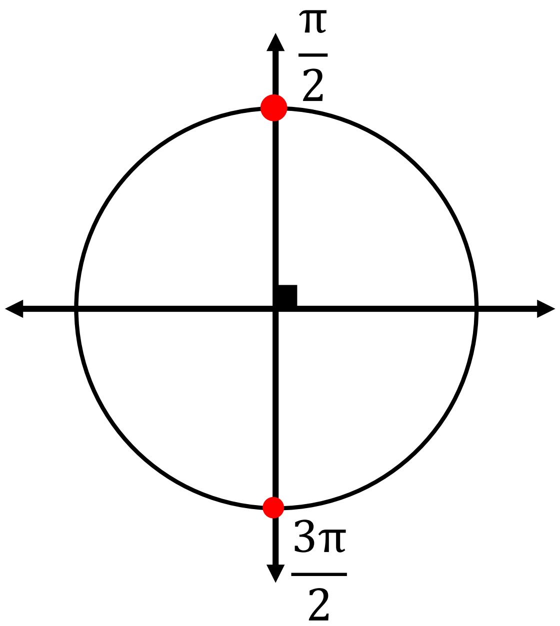
$$2\mathrm{Sen}9x\cancel{\mathrm{Cos}4x} = \sqrt{3}.\,2\mathrm{Cos}9x\cancel{\mathrm{Cos}4x} \longrightarrow \mathrm{Cos}4x = 0$$

$$\mathrm{Tan}9x = \sqrt{3}$$



$$9x = \frac{\pi}{3};\frac{4\pi}{3}$$

$$x = \frac{\pi}{27};\frac{4\pi}{27}$$



$$4x = \frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{8};\frac{3\pi}{8}$$

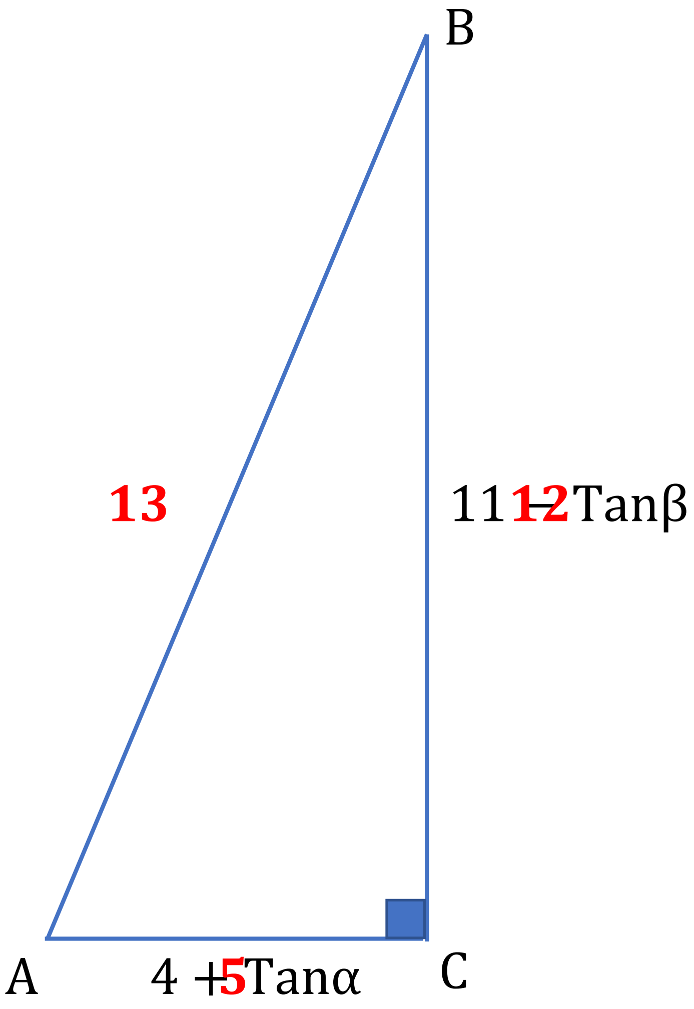
$$\therefore\ \mathbf{x_{mín} = \frac{\pi}{27}}$$

CLAVE: D

ECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS

11. Hallar el perímetro del triángulo ABC siendo α y β ($\alpha < \beta$) las raíces de la ecuación: $\text{Cos}5x - \text{Cos}3x = 0$

$x \in]0; \pi/2[\cup]\pi/2 ; \pi[$



Resolución:

$$\text{Cos}5x - \text{Cos}3x = 0$$

$$-2\text{Sen}x\text{Sen}4x = 0$$

$$\text{Sen}x = 0 \quad \vee \quad \text{Sen}4x = 0$$

$$x = 0; \pi \qquad 4x = 0; \pi; 2\pi; 3\pi; 4\pi$$

$$x = 0; \frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{4}; \pi$$

$$\alpha = \frac{\pi}{4} \text{ y } \beta = \frac{3\pi}{4}$$

$$\text{Tan}\alpha = 1 \text{ y } \text{Tan}\beta = -1$$

$$\therefore 2p_{\Delta ABC} = 30$$

CLAVE: A

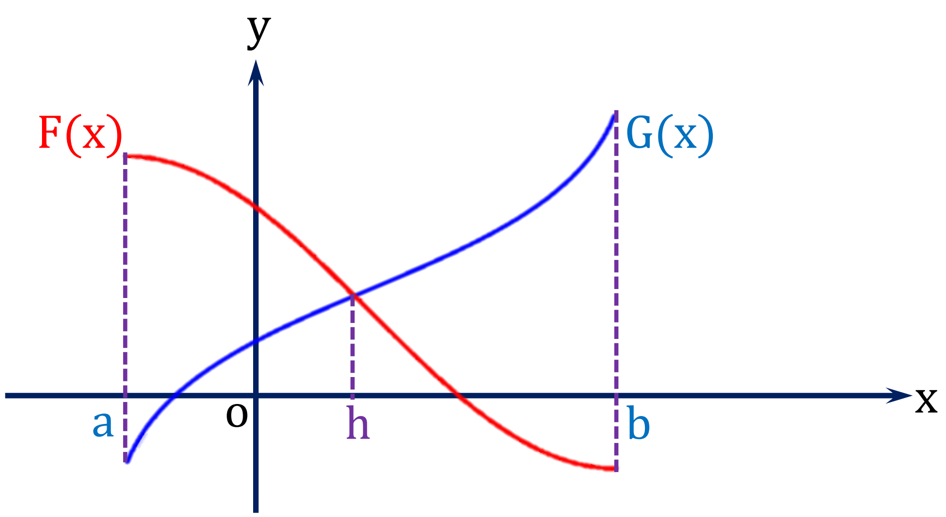
ECUACIONES E INECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS

INECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS

INECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS

❖ Nociones Previas:

1. Para que exista solución en una inecuación debe haber intersección entre los dominios de las funciones que intervienen, de lo contrario no hay soluciones.
2. Dadas las funciones $F(x)$ y $G(x)$ tal que su dominio sea $]a; b[$ y sus gráficos se muestran en la figura adjunta



Si: $F(x) > G(x) \longrightarrow x \in]a; h[$

Si: $F(x) < G(x) \longrightarrow x \in]h; b[$

Si: $F(x) = G(x) \longrightarrow x = h$

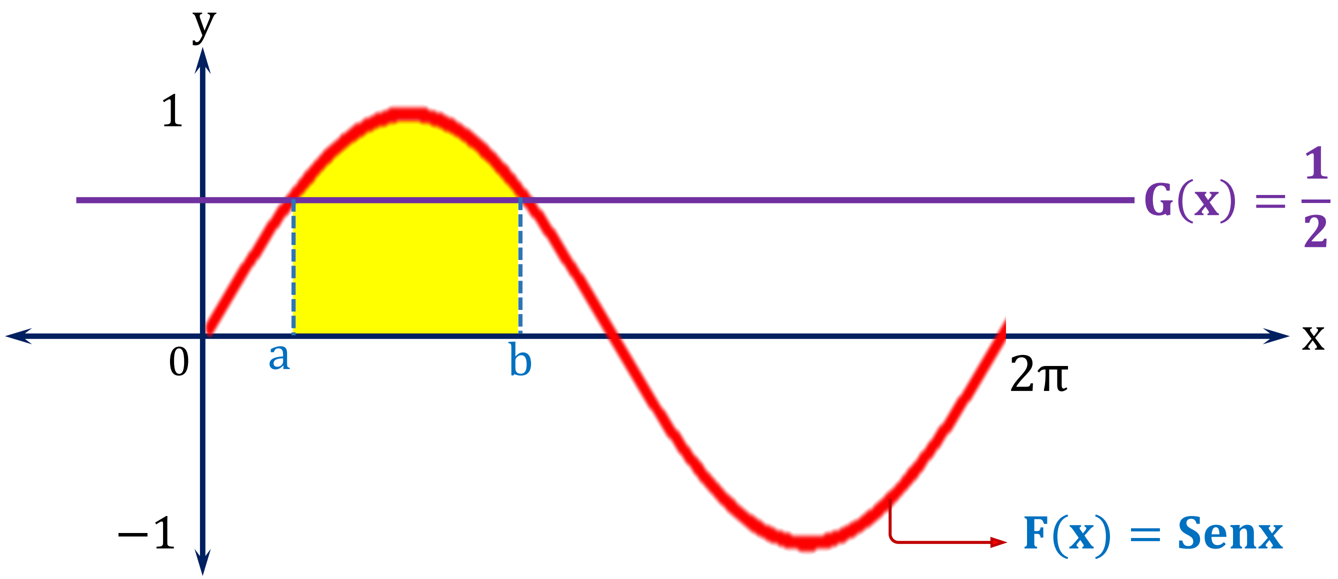
1.RESOLUCIÓN DE INECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS:

Para resolver una inecuación trigonométrica no hay procedimientos establecidos, lo que se puede dar son algunos ejemplos que permiten al lector tener una idea de como podría enfocar el proceso de resolución.

- Por ejemplo: Resolver: $\mathrm{Senx} > \dfrac{1}{2}$

- **Método 1: Graficando las funciones**

$$\underbrace{\mathrm{Senx}}_{F(x)} > \underbrace{\frac{1}{2}}_{G(x)}$$



Calculamos las abscisas de los puntos de intersección:

$$\mathrm{Senx} = \frac{1}{2} \longrightarrow x = \left\{\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right\}$$

Del gráfico se deduce: $a = \dfrac{\pi}{6}$ y $b = \dfrac{5\pi}{6}$

Ahora del gráfico se deduce en que intervalos se cumple la relación

$$F(x) > G(x):]a; b[= \left]\frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}\right[$$

Para determinar el conjunto solución general se le suma nT (T es el periodo y $n \in \mathbb{Z}$) a cada extremo del intervalo anterior.

$$\mathbf{CSG} = \left]2n\pi + \frac{\pi}{6}; 2n\pi + \frac{5\pi}{6}\right[; n \in \mathbb{Z}$$

INECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS

- **Método 2: Usando la CT**

Resolver: $\text{Senx} > \dfrac{1}{2}$

Primero resolvemos :

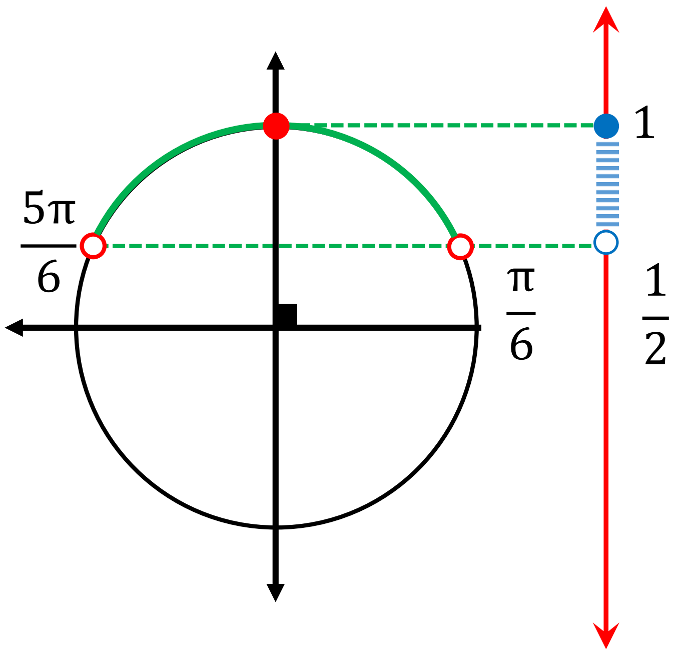
$\text{Senx} = \dfrac{1}{2} \longrightarrow x = \left\{\dfrac{\pi}{6}; \dfrac{5\pi}{6}\right\}$

Ubicamos estos valores en la C.T. se cumple la inecuación propuesta para este caso:

$$\left]\dfrac{\pi}{6}; \dfrac{5\pi}{6}\right[$$

El conjunto solución general es:

$$\left]2n\pi + \dfrac{\pi}{6}; 2n\pi + \dfrac{5\pi}{6}\right[; n \in \mathbb{Z}$$



MOMENTO DE PRACTICAR

PROBLEMAS Y RESOLUCIÓN

INECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS

12. Resolver: $\text{Cos}2x + \text{Cos}x > 0$; $(k \in \mathbb{Z})$

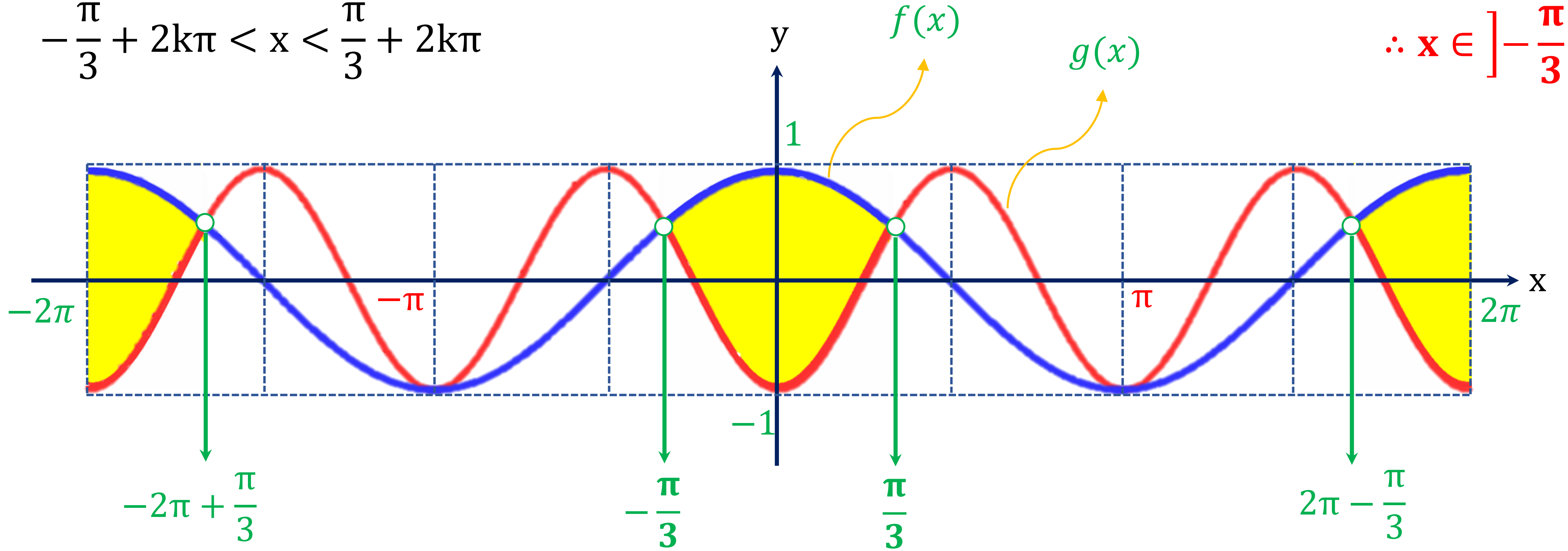
Resolución:

$$\underbrace{\text{Cos}x}_{f(x)} > \underbrace{-\text{Cos}2x}_{g(x)} \longrightarrow \text{Cos}x = -2\text{Cos}^2x + 1 \rightarrow 2\text{Cos}^2x + \text{Cos}x - 1 = 0 \begin{cases} \text{Cos}x = \dfrac{1}{2} \rightarrow x = -\dfrac{\pi}{3}, \dfrac{\pi}{3}, \dfrac{5\pi}{3} \dots \\ \text{Cos}x = -1 \rightarrow x = -\pi, \pi, 3\pi \dots \end{cases}$$

$$-\frac{\pi}{3} < x < \frac{\pi}{3}$$

$$-\frac{\pi}{3} + 2k\pi < x < \frac{\pi}{3} + 2k\pi$$

$$\therefore\ \mathbf{x \in \left]-\frac{\pi}{3} + 2k\pi, \frac{\pi}{3} + 2k\pi\right[}$$

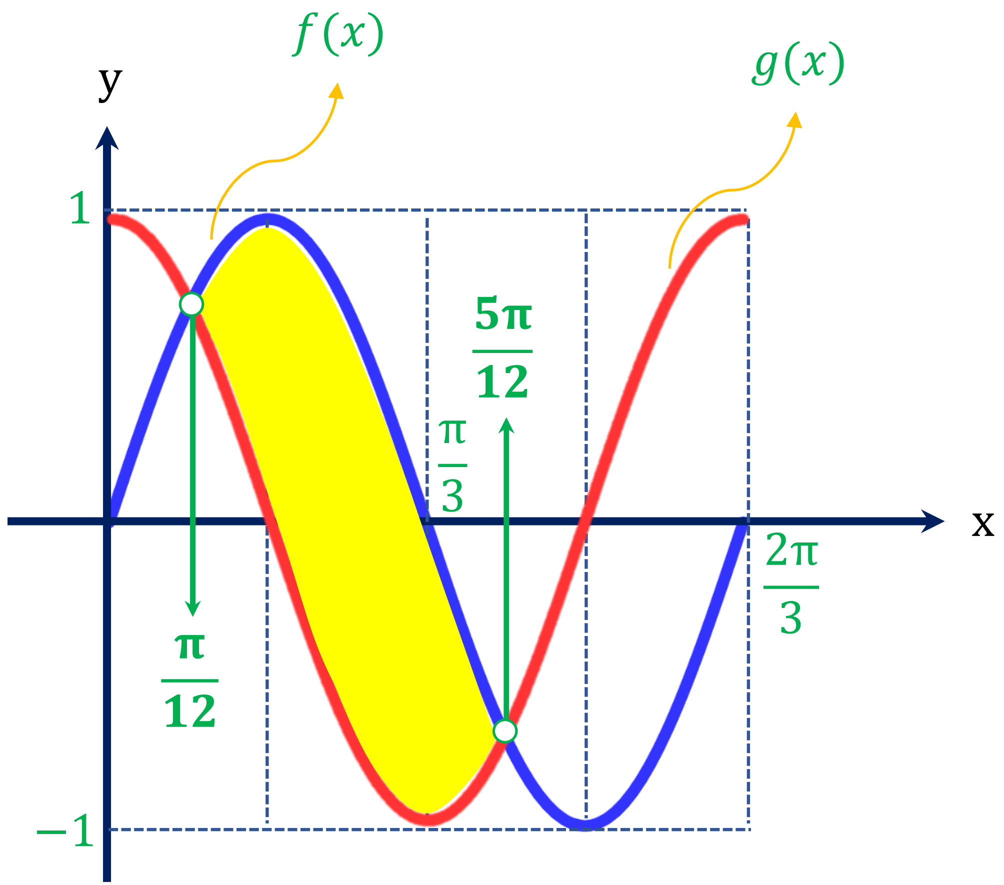


CLAVE: B

13. Resolver: Sen3x > Cos3x ; (k ∈ ℤ)

Resolución:

$$\underbrace{\text{Sen}3x}_{f(x)} > \underbrace{\text{Cos}3x}_{g(x)} \longrightarrow \text{Sen}3x = \text{Cos}3x \rightarrow \text{Tan}3x = 1 \rightarrow 3x = \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}$$



$$\frac{\pi}{12} < x < \frac{5\pi}{12}$$

$$\frac{\pi}{12} + \frac{2k\pi}{3} < x < \frac{5\pi}{12} + \frac{2k\pi}{3}$$

$$\therefore\ \mathbf{x} \in \left]\frac{\pi}{12} + \frac{2k\pi}{3} ; \frac{5\pi}{12} + \frac{2k\pi}{3}\right[$$

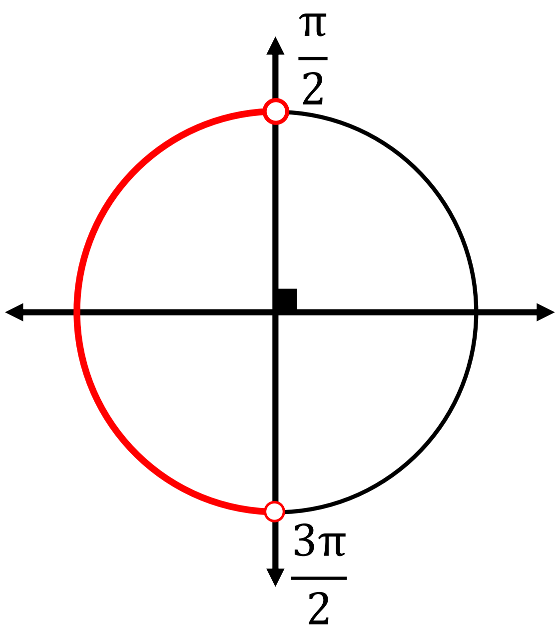
CLAVE: A

14. Resolver: $\dfrac{\text{Cosx}}{1+\text{Cos}2x} < 0$

Resolución:

$$\frac{\text{Cosx}}{2\text{Cos}^2x} < 0$$

$$\text{Cosx} < 0$$



$$\frac{\pi}{2} < x < \frac{3\pi}{2}$$

$$\therefore\ \mathbf{x} \in \left]\frac{\pi}{2}\ ;\ \frac{3\pi}{2}\right[$$

CLAVE: B

INECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS

15. Resolver: $\mathrm{Tanx} + 3\mathrm{Cotx} - 4 > 0$

Resolución:

Si: $\mathrm{Tanx} > 0$

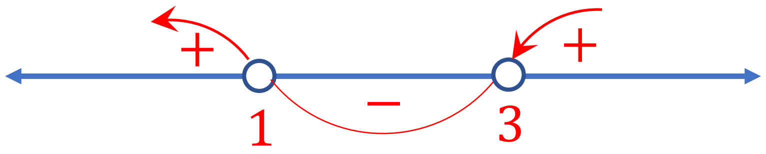
$$\mathrm{Tanx} + 3 \times \frac{1}{\mathrm{Tanx}} - 4 > 0$$

$\times\ \mathrm{Tanx}$

$$\mathrm{Tan}^2\mathrm{x} - 4\mathrm{Tanx} + 3 > 0$$

$$\begin{array}{lcr} \mathrm{Tanx} & & -3 \\ \mathrm{Tanx} & & -1 \end{array}$$

$$(\mathrm{Tanx} - 3)(\mathrm{Tanx} - 1) > 0$$



$0 < \mathrm{Tanx} < 1 \ \cup\ 3 < \mathrm{Tanx}$

Si: $\mathrm{Tanx} < 0$

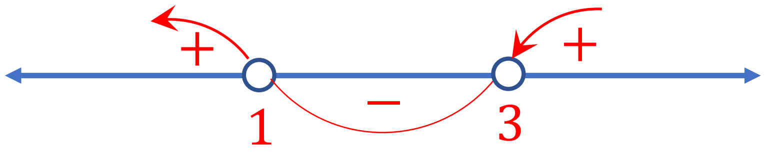
$$\mathrm{Tanx} + 3 \times \frac{1}{\mathrm{Tanx}} - 4 > 0$$

$\times\ \mathrm{Tanx}$

$$\mathrm{Tan}^2\mathrm{x} - 4\mathrm{Tanx} + 3 < 0$$

$$\begin{array}{lcr} \mathrm{Tanx} & & -3 \\ \mathrm{Tanx} & & -1 \end{array}$$

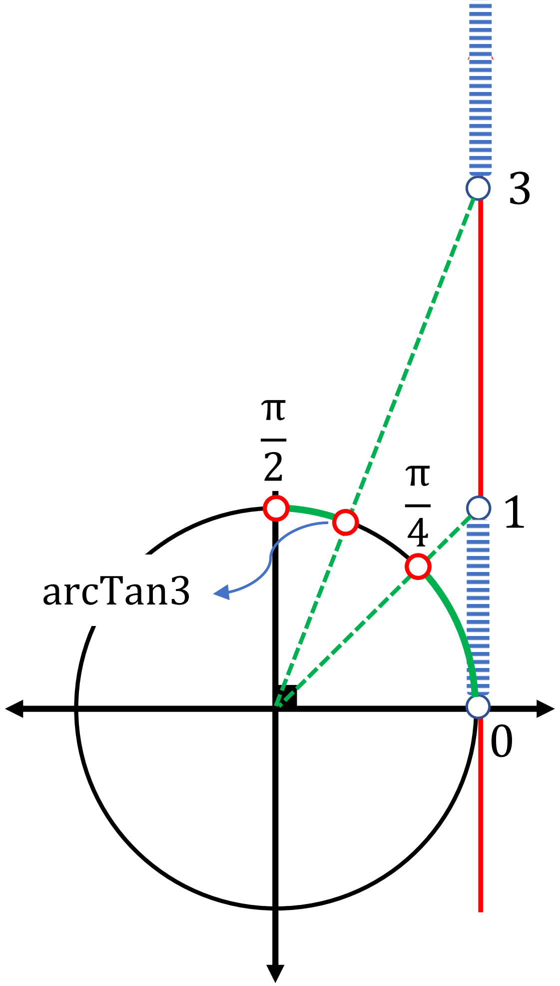
$$(\mathrm{Tanx} - 3)(\mathrm{Tanx} - 1) < 0$$



$\mathrm{CS}_2 = \emptyset$

INECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS

$0 < \text{Tanx} < 1 \quad \cup \quad 3 < \text{Tanx}$



$$0 < x < \frac{\pi}{4} \qquad \vee \qquad \arctan 3 < x < \frac{\pi}{2}$$

$$\therefore\ \mathbf{x \in \left]0\ ;\ \frac{\pi}{4}\right[\cup \left]arcTan3\ ;\ \frac{\pi}{2}\right[}$$

CLAVE: C

INECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS

16. $\text{Sen}^2x - \text{Cos}^2x - 3\text{Senx} + 2 < 0;\ (k \in \mathbb{Z})$

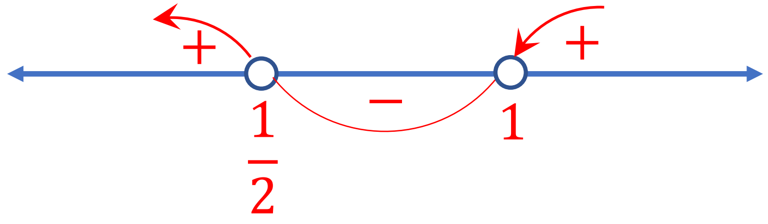
Resolución:

$$\text{Sen}^2x - (1 - \text{Sen}^2x) - 3\text{Senx} + 2 < 0$$

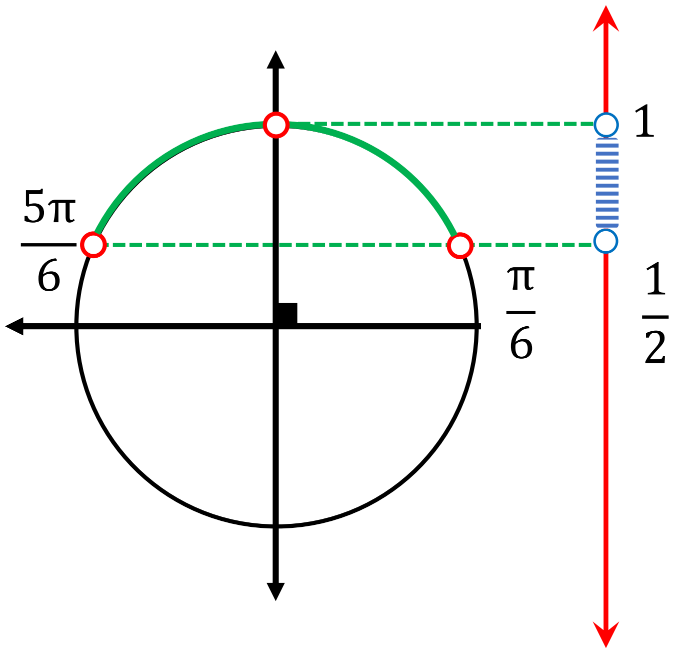
$$2\text{Sen}^2x - 3\text{Senx} + 1 < 0$$

$$\begin{array}{lr} 2\text{Senx} & -1 \\ \text{Senx} & -1 \end{array}$$

$$(2\text{Senx} - 1)(\text{Senx} - 1) < 0$$



$$\frac{1}{2} < \text{Senx} < 1$$



CLAVE: C

$$\frac{\pi}{6} < x < \frac{\pi}{2} \ \vee\ \frac{\pi}{2} < x < \frac{5\pi}{6}$$

$$\frac{\pi}{6} + 2k\pi < x < \frac{\pi}{2} + 2k\pi \ \vee\ \frac{\pi}{2} + 2k\pi < x < \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$$

$$\therefore\ \mathbf{x} \in \left]\frac{\pi}{6} + 2k\pi; \frac{\pi}{2} + 2k\pi\right[\cup \left]\frac{\pi}{2} + 2k\pi; \frac{5\pi}{6} + 2k\pi\right[$$

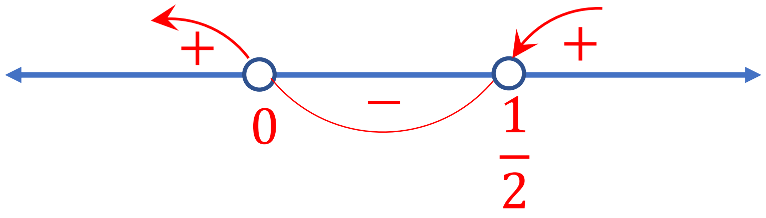
17. Resolver: $2\text{Sen}^2 x/2 + \text{Cos}2x < 0$

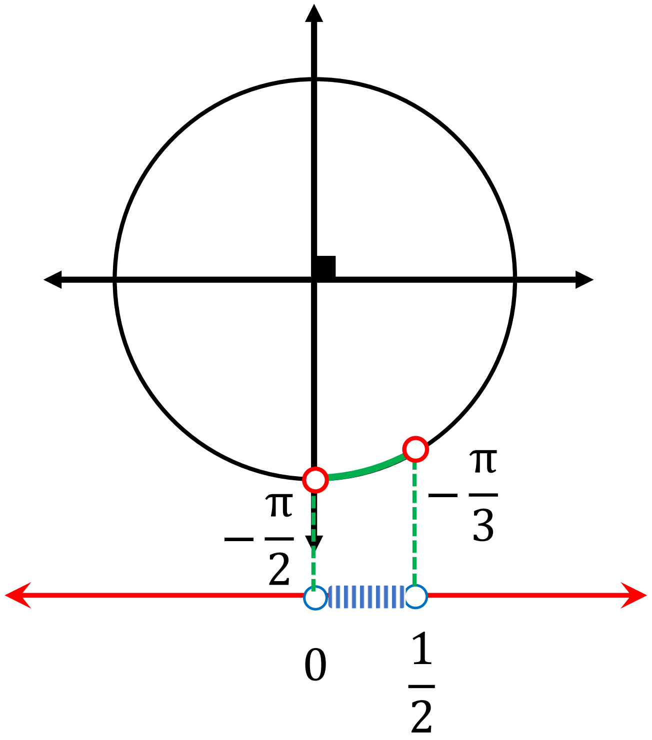
Resolución:

$$\underbrace{2\text{Sen}^2\left(\frac{x}{2}\right)} + \underbrace{\text{Cos}2x} < 0$$

$$\cancel{1} - \text{Cos}x + 2\text{Cos}^2x - \cancel{1} < 0$$

$$\text{Cos}x(2\text{Cos}x - 1) < 0$$





$$0 < \text{Cos}x < \frac{1}{2}$$

$$-\frac{\pi}{2} < x < -\frac{\pi}{3}$$

$$\therefore \mathbf{x} \in \left]-\frac{\pi}{2}; -\frac{\pi}{3}\right[$$

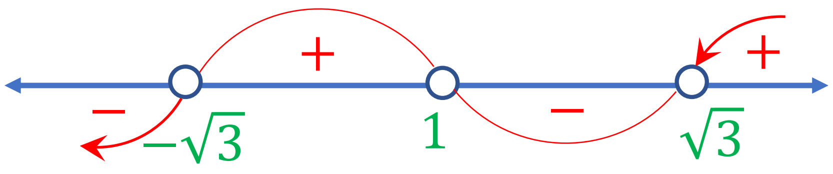
CLAVE: A

18. Resolver: $\mathrm{Tan}^3x + 3 > 3\mathrm{Tan}x + \mathrm{Tan}^2x$; $(k \in \mathbb{Z})$

Resolución:

$$\mathrm{Tan}^3x - \mathrm{Tan}^2x - 3\mathrm{Tan}x + 3 > 0$$

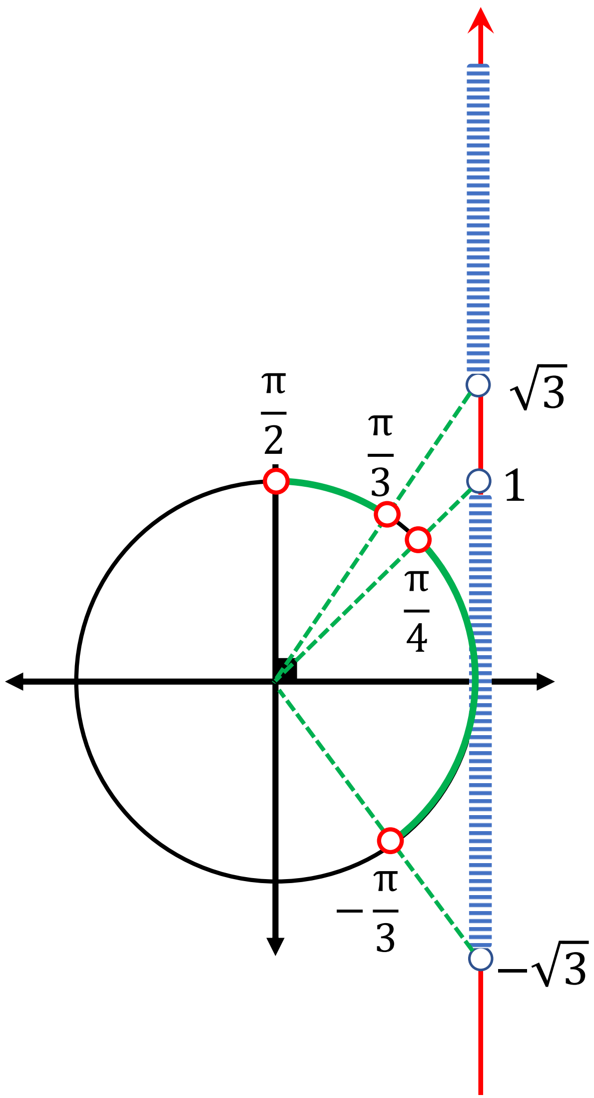
$$(\mathrm{Tan}x - 1)\left(\mathrm{Tan}x + \sqrt{3}\right)\left(\mathrm{Tan}x - \sqrt{3}\right) > 0$$



$$-\sqrt{3} < \mathrm{Tan}x < 1 \quad \cup \quad \sqrt{3} < \mathrm{Tan}x < \infty$$

$$-\frac{\pi}{3} < x < \frac{\pi}{4} \quad \vee \quad \frac{\pi}{3} < x < \frac{\pi}{2}$$

$$-\frac{\pi}{3} + k\pi < x < \frac{\pi}{4} + k\pi \quad \vee \quad \frac{\pi}{3} + k\pi < x < \frac{\pi}{2} + k\pi$$



$$\therefore\ \mathbf{x \in \left]-\frac{\pi}{3} + k\pi ; \frac{\pi}{4} + k\pi\right[\cup \left]\frac{\pi}{3} + k\pi ; \frac{\pi}{2} + k\pi\right[}$$

CLAVE: C

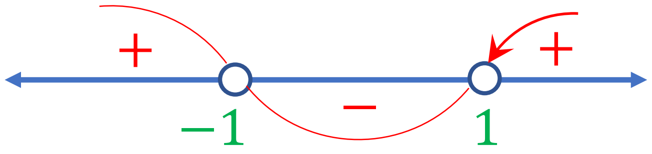
INECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS

19. Resolver: $\dfrac{\text{Sen}3x - \text{Cos}3x}{\text{Sen}3x + \text{Cos}3x} < 0$

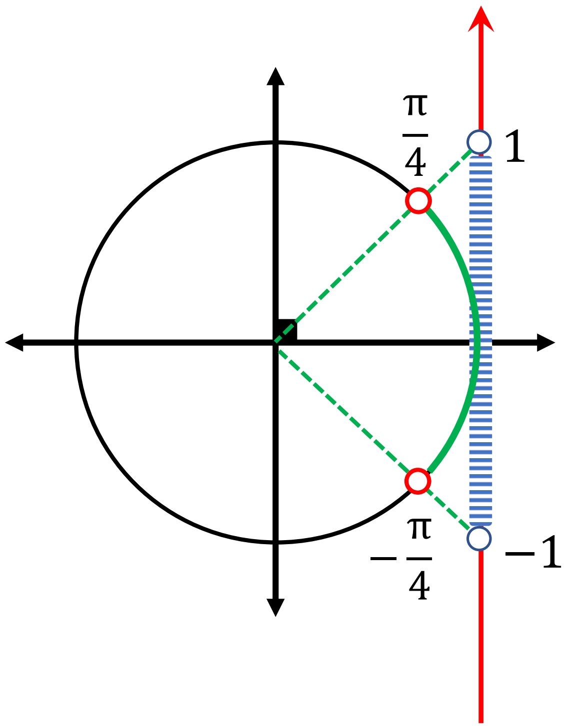
Resolución:

$$\frac{\dfrac{\text{Sen}3x - \text{Cos}3x}{\text{Cos}3x}}{\dfrac{\text{Sen}3x + \text{Cos}3x}{\text{Cos}3x}} < 0$$

$$\frac{\text{Tan}3x - 1}{\text{Tan}3x + 1} < 0$$



$$-1 < \text{Tan}3x < 1$$



$$-\frac{\pi}{4} < 3x < \frac{\pi}{4}$$

$$-\frac{\pi}{12} < x < \frac{\pi}{12}$$

$$\therefore\ \mathbf{x} \in \left]-\frac{\pi}{12} ; \frac{\pi}{12}\right[$$

CLAVE: A

20. Resolver: $\text{Senx} + \text{Cosx} > \text{Cscx}$

Resolución:

$$\text{Senx} + \text{Cosx} > \frac{1}{\text{Senx}}$$

Si: $\text{Senx} > 0 \longrightarrow 0 < x < \pi$

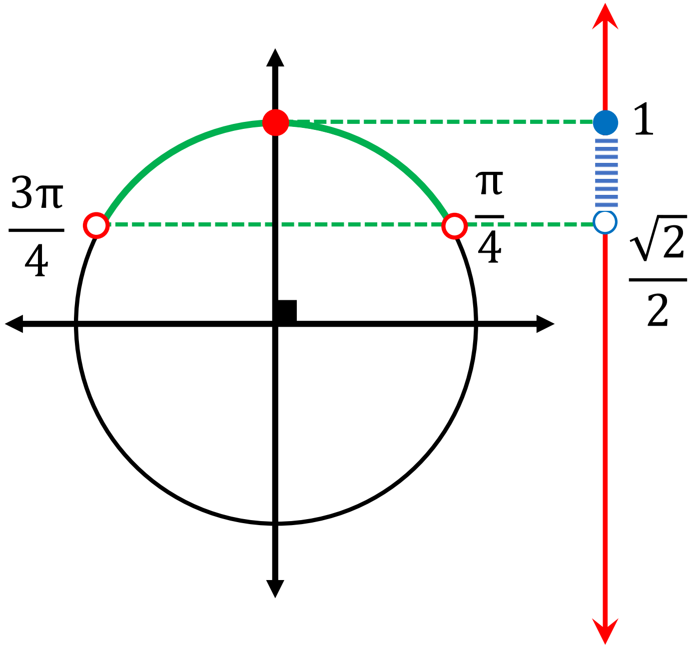
$$\text{Sen}^2x + \text{SenxCosx} > 1$$

$$2\text{Sen}^2x + 2\text{SenxCosx} > 1.2$$

$$1 - \text{Cos}2x + \text{Sen}2x > 2$$

$$\sqrt{2}\text{Sen}\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) > 1$$

$$\text{Sen}\left(2x - \frac{\pi}{4}\right) > \frac{\sqrt{2}}{2}$$



$$\frac{\pi}{4} < 2x - \frac{\pi}{4} < \frac{3\pi}{4}$$

$$\frac{\pi}{2} < 2x < \pi$$

$$\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2}$$

$\cap$

CLAVE: D

MOMENTO DE PRACTICAR

EXAMENES DE ADMISIÓN UNI

UNI 2018 – II

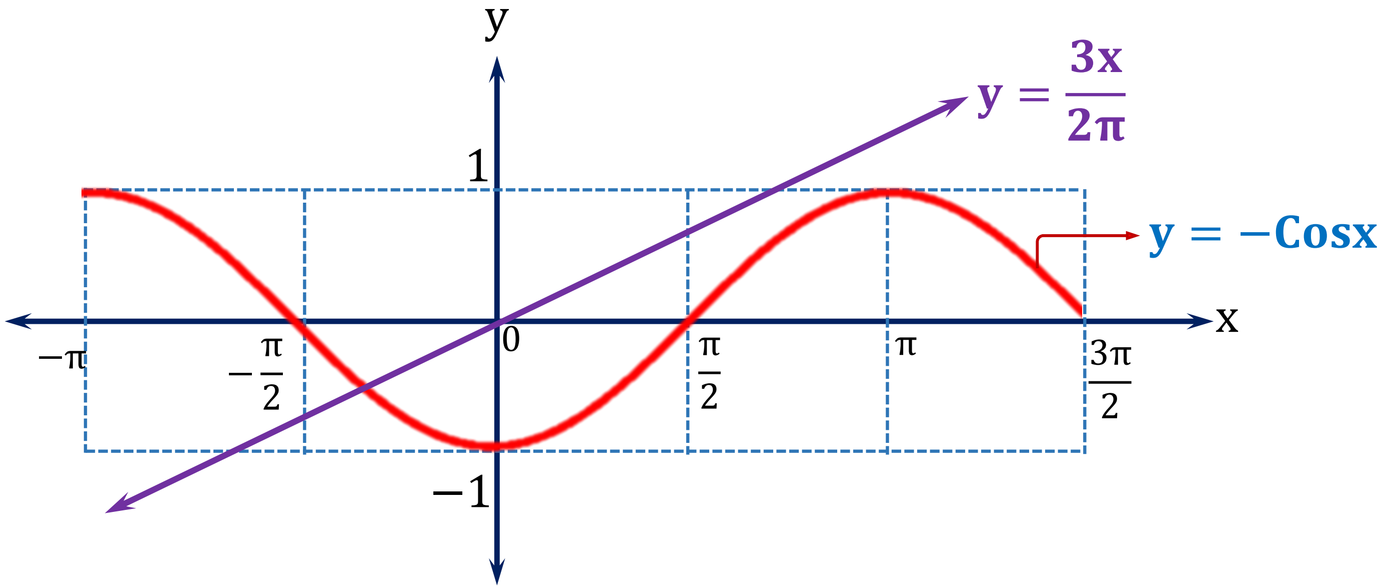
Resuelva la siguiente ecuación: $\text{Cosx} + \dfrac{3x}{2\pi} \geq 0$

A) $x \in \left[-\frac{\pi}{3}; +\infty\right[$ B) $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; +\infty\right[$ C) $x \in \left]-\infty; -\frac{\pi}{2}\right]$ D) $x \in \left]-\infty; -\frac{\pi}{3}\right]$ E) $x \in \left[-\frac{5\pi}{12}; +\infty\right[$

Resolución:

$$\text{Cosx} + \frac{3x}{2\pi} \geq 0$$

$$\underbrace{\frac{3x}{2\pi}}_{F(x)} \geq \underbrace{-\text{Cosx}}_{G(x)}$$



Del gráfico, $F(x) \geq G(x)$, si:

$$x \in \left[-\frac{\pi}{3}; +\infty\right[$$

CLAVE: A

UNI 2018 – II

Determine el conjunto solución de: $\dfrac{1}{\text{Tan}\theta - 1} + \dfrac{4}{\text{Tan}\theta - 6} > 0$ para $\theta \in \left]-\dfrac{\pi}{2}; \dfrac{\pi}{2}\right[$

A) $\text{arcTan}1 < \theta < \frac{\pi}{2}$

B) $\text{arcTan}1 < \theta < \text{arcTan}3 \,;\, \text{arcTan}6 < \theta < \frac{\pi}{2}$

C) $\text{arcTan}2 < \theta < \text{arcTan}6$

D) $\text{arcTan}6 < \theta < \frac{\pi}{2}$

E) $\text{arcTan}1 < \theta < \text{arcTan}2;\, \text{arcTan}6 < \theta < \frac{\pi}{2}$

Resolución:

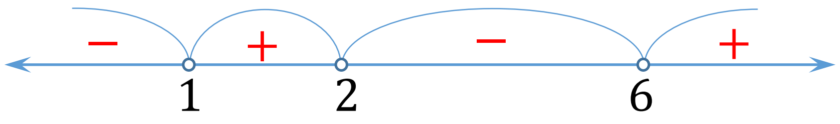
$$\frac{1}{\text{Tan}\theta - 1} + \frac{4}{\text{Tan}\theta - 6} > 0$$

$\text{Tan}\theta \neq 1 \quad \text{Tan}\theta \neq 6$

Luego:

$$\frac{5\text{Tan}\theta - 10}{(\text{Tan}\theta - 1)(\text{Tan}\theta - 6)} > 0$$

$$5(\text{Tan}\theta - 2)(\text{Tan}\theta - 1)(\text{Tan}\theta - 6) > 0$$



$1 < \text{Tan}\theta < 2 \;\vee\; \text{Tan}\theta > 6$

Del dato: $\theta \in \left]-\dfrac{\pi}{2}; \dfrac{\pi}{2}\right[$

$\therefore\ \mathbf{arcTan1 < \theta < arcTan2 \,;\, arcTan6 < \theta < \frac{\pi}{2}}$

CLAVE: E

UNI 2017 – I

En el intervalo $\left]\frac{\pi}{2};\frac{5\pi}{2}\right[$, determine todos los valores de "α" donde se cumple $\mathrm{Csc}\alpha > \mathrm{Cot}\alpha$

A) $\left]\frac{\pi}{2};\pi\right[$ B) $\left]2\pi;\frac{5\pi}{2}\right[$ C) $\left]\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{4}\right[\cup\left]\frac{9\pi}{4};\frac{5\pi}{2}\right[$ D) $\left]\frac{\pi}{2};\frac{5\pi}{6}\right[\cup\left]2\pi;\frac{9\pi}{4}\right[$ E) $\left]\frac{\pi}{2};\pi\right[\cup\left]2\pi;\frac{5\pi}{2}\right[$

Resolución:

$$\mathrm{Csc}\alpha > \mathrm{Cot}\alpha\ ;\ \alpha \in \left]\frac{\pi}{2};\frac{5\pi}{2}\right[$$

$$\mathrm{Csc}\alpha - \mathrm{Cot}\alpha > 0$$

$$\mathrm{Tan}\frac{\alpha}{2} > 0$$

$$0 < \frac{\alpha}{2} < \frac{\pi}{2}\ \cup\ \pi < \frac{\alpha}{2} < \frac{3\pi}{2}$$

$$(0 < \alpha < \pi\ \cup 2\pi < \alpha < 3\pi) \wedge \frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{5\pi}{2}$$

$$\longrightarrow \frac{\pi}{2} < \alpha < \pi \cup 2\pi < \alpha < \frac{5\pi}{2}$$

$$\therefore \boldsymbol{\alpha \in \left]\frac{\pi}{2};\pi\right[\cup\left]2\pi;\frac{5\pi}{2}\right[}$$

CLAVE: E

INECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS

UNI 2016 – II

Determine el conjunto A, definido por: $A=\left\{x\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]/\mathrm{Cos}x-\mathrm{Cos}3x<\mathrm{Sen}2x\right\}$

A) $\left]0;\frac{\pi}{6}\right[$ B) $\left]-\frac{\pi}{2};0\right[$ C) $\left]-\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{6}\right[$ D) $\left]\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{2}\right[$ E) $\left]-\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{4}\right[$

Resolución:

$$\mathrm{Cos}x-\mathrm{Cos}3x<\mathrm{Sen}2x\,;x\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$$

$$2\mathrm{Sen}2x\mathrm{Sen}x<\mathrm{Sen}2x$$

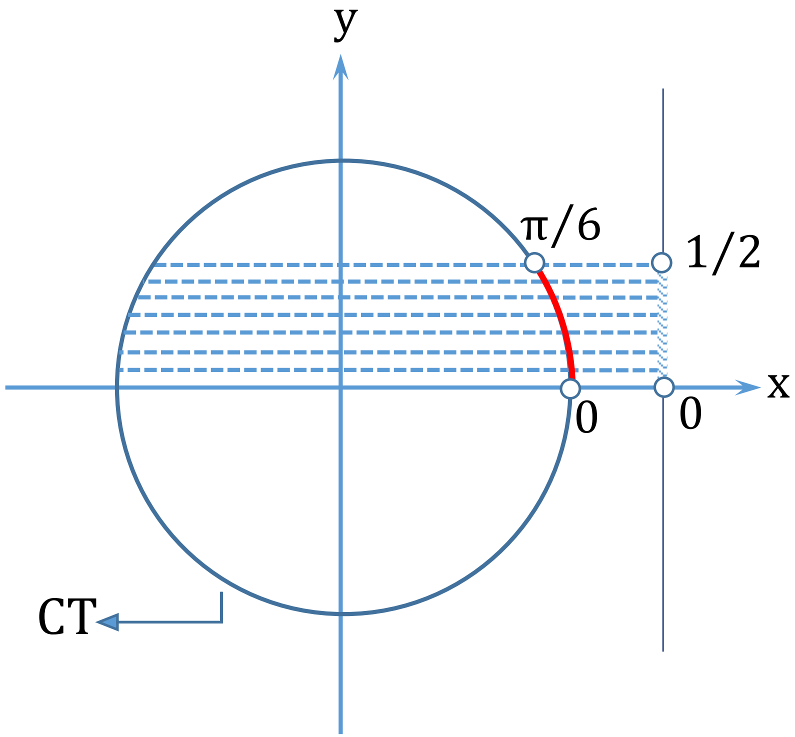
$$2\mathrm{Sen}2x\mathrm{Sen}x-\mathrm{Sen}2x<0$$

$$\mathrm{Sen}2x(2\mathrm{Sen}x-1)<0$$

$$2\mathrm{Sen}x\mathrm{Cos}x(2\mathrm{Sen}x-1)<0$$

$$\mathrm{Sen}x\cancel{\overset{(+)}{\mathrm{Cos}x}}(2\mathrm{Sen}x-1)<0$$

$$\mathrm{Sen}x(2\mathrm{Sen}x-1)<0$$



$$\therefore\ x\in\left]0;\frac{\pi}{6}\right[$$

CLAVE: A

UNI 2016 – I

Determine para los valores de $x \in]0;2\pi[$ se cumple: $\dfrac{\mathrm{Cot}^2x+4}{2\mathrm{Sen}^2x+5\mathrm{Sen}x-3}>0$

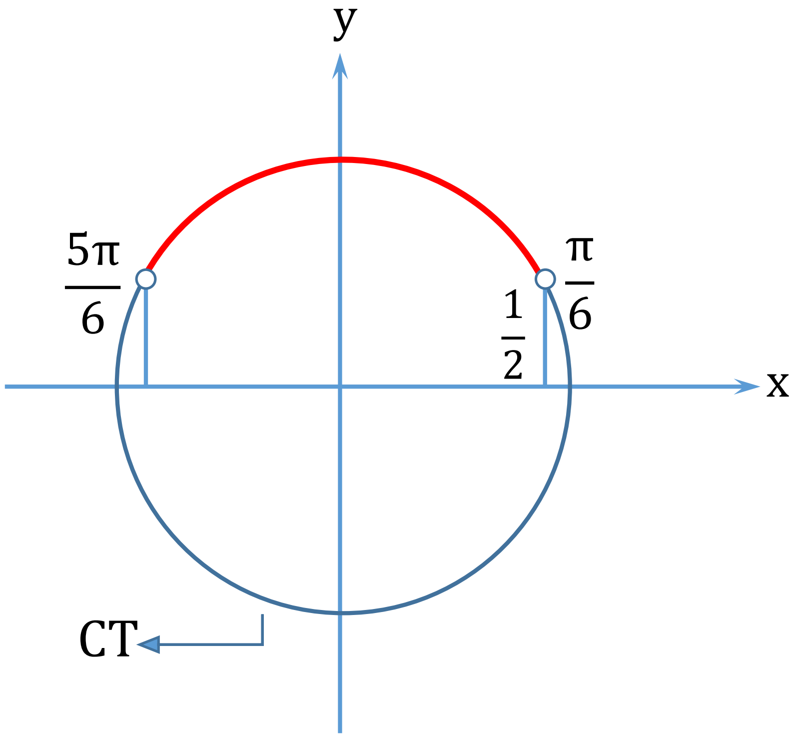
A) $\left]\dfrac{\pi}{6};\dfrac{\pi}{2}\right[$ B) $\left]\dfrac{\pi}{6};\dfrac{3\pi}{4}\right[$ C) $\left]\dfrac{\pi}{6};\dfrac{5\pi}{6}\right[$ D) $\left]\dfrac{\pi}{6};\pi\right[\setminus\left\{\dfrac{5\pi}{6}\right\}$ E) $]0;\pi[\setminus\left\{\dfrac{\pi}{6};\dfrac{5\pi}{6}\right\}$

Resolución:

$$\frac{\overbrace{\mathrm{Cot}^2x+4}^{(+)}}{\underbrace{(\mathrm{Sen}x+3)}_{(+)}(2\mathrm{Sen}x-1)}>0$$

$$2\mathrm{Sen}x-1>0 \wedge \ x\neq n\pi\,;n\in\mathbb{Z}$$

$$\mathrm{Sen}x>\frac{1}{2}$$



$$\therefore\ \mathbf{x}\in\left]\frac{\pi}{6};\frac{5\pi}{6}\right[$$

CLAVE: C

ECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS

UNI 2015 – I

Al resolver la ecuación: $\text{Sen}2x-12(\text{Sen}x-\text{Cos}x)+12=0$ obtenemos las soluciones:

A) $k\pi\,;k\in\mathbb{Z}$

B) $2k\pi$ y $\left(k+\frac{1}{2}\right)\pi\,;k\in\mathbb{Z}$

C) $2k\pi$ y $k\pi\,;k\in\mathbb{Z}$

D) $(2k+1)\pi$ y $\left(2k+\frac{1}{2}\right)\pi\,;k\in\mathbb{Z}$

E) $(3k+1)\pi$ y $\left(k+\frac{1}{2}\right)\pi\,;k\in\mathbb{Z}$

Resolución:

$$\text{Sen}2x-12(\text{Sen}x-\text{Cos}x)+12=0$$

$$-\text{Sen}2x+12(\text{Sen}x-\text{Cos}x)-12=0$$

$$1-\text{Sen}2x+12(\text{Sen}x-\text{Cos}x)-12-1=0$$

$$(\text{Sen}x-\text{Cos}x)^2+12(\text{Sen}x-\text{Cos}x)-13=0$$

$$\begin{array}{lr}(\text{Sen}x-\text{Cos}x) & 13\\(\text{Sen}x-\text{Cos}x) & -1\end{array}$$

$$(\text{Sen}x-\text{Cos}x+13)(\text{Sen}x-\text{Cos}x-1)=0$$

$$\text{Sen}x-\text{Cos}x-1=0$$

$$\text{Sen}x-\text{Cos}x=1$$

$$\sqrt{2}\text{Sen}\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=1$$

$$\text{Sen}\left(x-\frac{\pi}{4}\right)=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

Luego:

$$x-\frac{\pi}{4}=2k\pi+\frac{\pi}{4}\,;\;x-\frac{\pi}{4}=2k\pi+\frac{3\pi}{4}\,;k\in\mathbb{Z}$$

$$x=2k\pi+\frac{\pi}{2}\,;\;x=2k\pi+\pi\,;k\in\mathbb{Z}$$

$$\therefore\ \mathbf{x=\left(2k+\frac{1}{2}\right)\pi\,;\;x=(2k+1)\pi\,;k\in\mathbb{Z}}$$

CLAVE: D

UNI 2014 – II

Determine a cual de los siguientes intervalos pertenecen la solución de la ecuación trigonométrica $\text{Cos}^2x - \text{Cos}x - 1 = 0$

A) $\frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{3}$ B) $\frac{\pi}{3} < x < \frac{\pi}{2}$ C) $\frac{\pi}{2} < x < \frac{5\pi}{6}$ D) $\frac{3\pi}{4} < x < \frac{5\pi}{6}$ E) $\frac{5\pi}{6} < x < \pi$

Resolución:

$$\text{Cos}^2x - \text{Cos}x - 1 = 0$$

$$\text{Cos}^2x - \text{Cos}x + \frac{1}{4} = 1 + \frac{1}{4}$$

$$\text{Cos}^2x - \text{Cos}x + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$$

$$\left(\text{Cos}x - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{5}{4}$$

$$\text{Cos}x = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$$

Pero:

$$-\frac{\sqrt{3}}{2} < \frac{\sqrt{3}}{2} < \frac{1-\sqrt{5}}{2} < 0$$

$$\text{Cos}\frac{5\pi}{6} < \text{Cos}\frac{3\pi}{4} < \text{Cos}x < \text{Cos}\frac{\pi}{2}$$

Entonces:

$$\frac{5\pi}{6} > \frac{3\pi}{4} > x > \frac{\pi}{2}$$

De las alternativas se obtiene:

$$\boldsymbol{\frac{\pi}{2} < x < \frac{5\pi}{6}}$$

CLAVE: C

UNI 2013 – I

Para $1 < x < 3$ resolver la siguiente inecuación: $\text{Sen}(\pi x) - \text{Cos}(\pi x) < 0$

A) $\left]1;\frac{5}{4}\right[$ B) $\left]\frac{5}{4};\frac{9}{4}\right[$ C) $\left]\frac{5}{4};\frac{5}{2}\right[$ D) $\left]\frac{9}{4};\frac{5}{2}\right[$ E) $\left]\frac{9}{4};3\right[$

Resolución:

$$\text{Sen}(\pi x) - \text{Cos}(\pi x) < 0\ ;\ 1 < x < 3$$

$$\sqrt{2}\text{Sen}\left(\pi x - \frac{\pi}{4}\right) < 0$$

$$\pi < \pi x - \frac{\pi}{4} < 2\pi$$

$$\frac{5\pi}{4} < \pi x < \frac{9\pi}{4}$$

$$\frac{5}{4} < x < \frac{9}{4}$$

$$x \in \left]\frac{5}{4};\frac{9}{4}\right[\quad \dots\text{(I)}$$

Además, por dato:

$$x \in \left]1;3\right[\quad \dots\text{(II)}$$

Intersectando (I) y (II):

$$\therefore\ \mathbf{x} \in \left]\frac{5}{4};\frac{9}{4}\right[$$

CLAVE: B

UNI 2012 – II

En la siguiente ecuación trigonométrica $\text{Cos}^4\left(\frac{x}{2}\right) - \frac{1}{8}\text{Cos}2x = \frac{7}{8}$ El número de soluciones en $[0; 2\pi]$ es:

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E)5

Resolución:

$$\text{Cos}^4\left(\frac{x}{2}\right) - \frac{1}{8}\text{Cos}2x = \frac{7}{8}$$

$$2\left(2\text{Cos}^2\frac{x}{2}\right)^2 - \text{Cos}2x = 7$$

$$2(1 + \text{Cos}x)^2 - \text{Cos}2x = 7$$

$$2(1 + 2\text{Cos}x + \text{Cos}^2x) - \text{Cos}2x = 7$$

$$2 + 4\text{Cos}x + 2\text{Cos}^2x - (2\text{Cos}^2x - 1) = 7$$

$$\text{Cos}x = 1$$

$$x = 0; 2\pi$$

CLAVE: B

UNI 2011 – I

Cuantos valor de $x \in \left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$ satisfacen la ecuación: $6\text{Sen}2x - 8\text{Cos}x + 9\text{Sen}x - 6 = 0$

A) 1   B) 2   C) 3   D) 4   E)6

Resolución:

$$6\text{Sen}2x - 8\text{Cos}x + 9\text{Sen}x - 6 = 0$$

$$12\text{Sen}x\text{Cos}x - 8\text{Cos}x + 9\text{Sen}x - 6 = 0$$

$$4\text{Cos}x(3\text{Sen}x - 2) + 3(3\text{Sen}x - 2) = 0$$

$$(3\text{Sen}x - 2)(4\text{Cos}x + 3) = 0$$

Como: $x \in \left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$ $\text{Sen}x = \frac{2}{3}$

Como: $\text{Sen}x > 0 \longrightarrow x \in \left]0;\frac{\pi}{2}\right[$

Por lo tanto, existe un unico valor para x.

CLAVE: A

ECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS

UNI 2010 – I

Determine la suma de todas las soluciones que se encuentran en el intervalo $[0; 2\pi]$ de la ecuación

$2Sen^3x + Sen^2x - 2Senx - 1 = 0$

A) 5π B) $\frac{5\pi}{2}$ C) 3π D) $\frac{3\pi}{2}$ E) $\frac{3\pi}{4}$

Resolución:

$$\underbrace{2Sen^3x + Sen^2x} - 2Senx - 1 = 0$$

$$Sen^2x(2Senx + 1) - (2Senx + 1) = 0$$

$$(2Senx + 1)(Sen^2x - 1) = 0$$

$$(2Senx + 1)(Senx - 1)(Senx + 1) = 0$$

$$Senx = -\frac{1}{2} \longrightarrow x = \frac{7\pi}{6}; \frac{11\pi}{6}$$

$$Senx = 1 \longrightarrow x = \frac{\pi}{2}$$

$$Senx = -1 \longrightarrow x = \frac{3\pi}{2}$$

Suma de soluciones:

$$\frac{7\pi}{6} + \frac{11\pi}{6} + \frac{\pi}{2} + \frac{3\pi}{2}$$

5π

CLAVE: A

UNI 2009 – II

El conjunto $\{x \in [0;2] / \text{Sen}\pi x - \text{Cos}\pi x > 0\}$ Es igual al

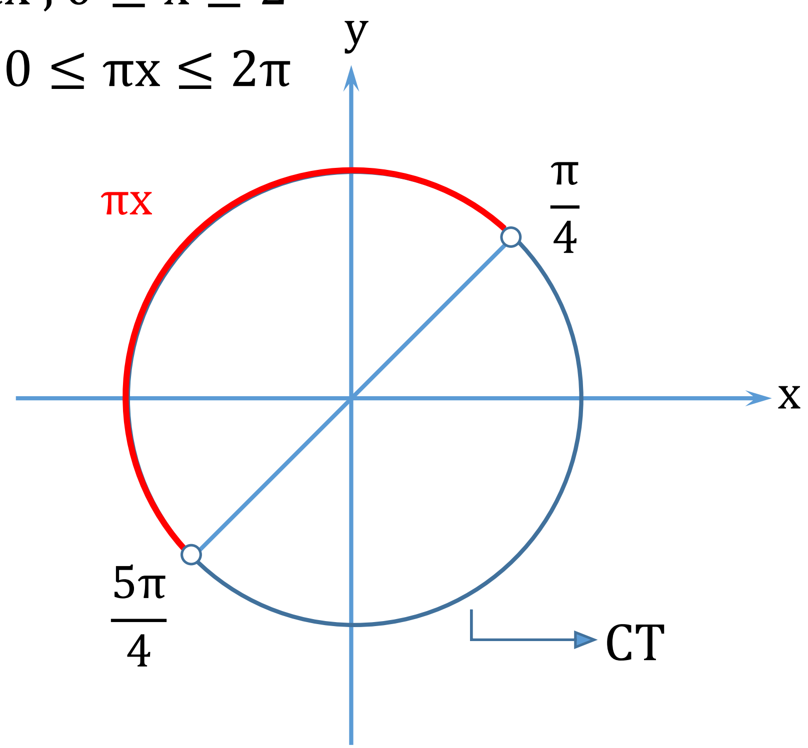
A) $\left]\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right[$ B) $\left]\frac{1}{4};\frac{5}{4}\right[$ C) $\left]0;\frac{1}{4}\right[$ D) $\left]\frac{5}{2};2\right[$ E) $]1;2[$

Resolución:

$$\text{Sen}\pi x - \text{Cos}\pi x > 0\ ;\ x \in [0;2]$$

$$\text{Sen}\pi x > \text{Cos}\pi x\ ;\ 0 \le x \le 2$$

$$0 \le \pi x \le 2\pi$$



De la figura:

$$\frac{\pi}{4} < \pi x < \frac{5\pi}{4}$$

$$\frac{1}{4} < x < \frac{5}{4}$$

$$\therefore\ \mathbf{x} \in \left]\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{4}};\frac{\mathbf{5}}{\mathbf{4}}\right[$$

CLAVE: B

FIN DE LA SESIÓN

PRACTICA Y APRENDERÁS